



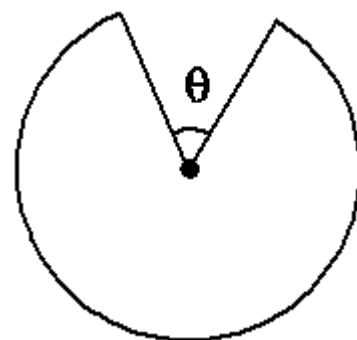
shakeryan.com

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: مثلثات یازدهم فصل ۶- قلم چی

①

با برش دادن یک دایره مثلثاتی شکلی شبیه زیر ساخته‌ایم. اگر محیط شکل برابر $\frac{6+5\pi}{3}$ واحد باشد، $\tan \theta$ برابر کدام گزینه است؟



$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

متوسط

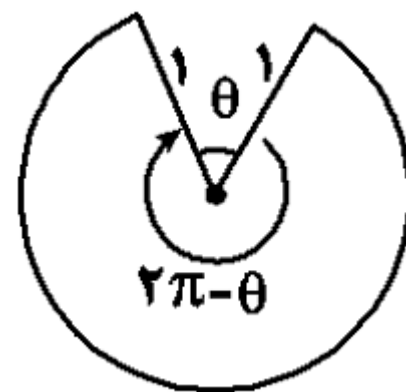
درصد پاسخگویی ۲۶%

قلم‌چی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

می‌دانیم شعاع دایره مثلثاتی برابر ۱ است. محیط شکل شامل ۲ شعاع و قسمتی از دایره است. بنابراین:

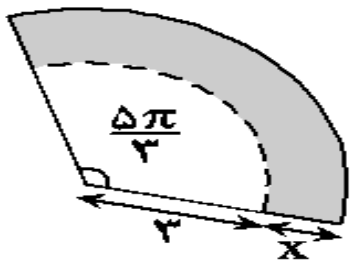


$$2\pi - \theta + 1 + 1 = \frac{6+5\pi}{3} \Rightarrow 2\pi - \theta = \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan \theta = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

(۲)

دو برادر می‌خواهند بُرشی از کیک را به شکل زیر تقسیم کنند که قسمت هاشور خورده را یکی از آن‌ها و قسمت سفید را دیگری بخورد. مقدار x تقریباً چقدر باشد تا هریک به اندازه مساوی کیک خورده باشند؟
 $(\pi \simeq 3/1, \sqrt{2} \simeq 1/4)$



(۱) ۱/۲

(۲) ۱/۴

(۳) ۲/۴

(۴) ۳/۱

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

ابتدا مساحت کل قطاع را می‌یابیم:

$$S = \frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi} \times \pi \times (3+x)^2 \Rightarrow S = \frac{5\pi}{6} (3+x)^2$$

حال مساحت قسمت هاشور نخورده که خود یک قطاع است را می‌یابیم:

$$S' = \frac{\frac{5\pi}{3}}{2\pi} \times \pi \times 3^2 = \frac{15\pi}{2}$$

پس مساحت کل قطعه کیک باید دو برابر $\frac{15\pi}{2}$ باشد. (سهم یکی از برادرها $\frac{15\pi}{2}$ است پس کل آن باید 15π باشد.)

$$\Rightarrow S = 15\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{6} (3+x)^2 = 15\pi \Rightarrow (3+x)^2 = 18$$

$$\Rightarrow 3+x = 3\sqrt{2} \Rightarrow x = 3(\sqrt{2}-1) \xrightarrow{\sqrt{2} \simeq 1/4} x \simeq 1/2$$

۳

از یک پیتزای دایره‌ای به مساحت 64π ، قطاعی با محیط $(1 + \frac{\pi}{5})16$ بریده‌ایم. زاویه‌ای که این قطاع می‌سازد، چند درجه است؟

۳۰ (۱)

۶۰ (۲)

۳۶ (۳)

۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

قلمچی ۱۴۰۰

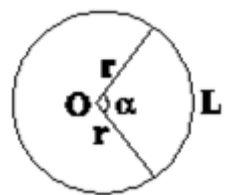
درصد پاسخگویی ۳۸%

ساده

گزینه «۴»

مساحت دایره $S = \pi r^2 = 64\pi \Rightarrow r = 8$

$$\text{محیط قطاع} = 16 + \frac{16\pi}{5} = 2r + L \xrightarrow{r=8} L = \frac{16\pi}{5}$$



$$\alpha = \frac{L}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{16\pi}{5}}{8} = \frac{2\pi}{5}$$

$$D = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{2\pi}{5} = 72^\circ$$

چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

الف) اگر دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{12}$ و $\frac{\pi}{3}$ رادیان باشند، زاویه سوم $\frac{7\pi}{12}$ رادیان است.

ب) زاویه $\frac{21\pi}{4}$ رادیان در ربع سوم قرار دارد.

پ) در دایره‌ای به شعاع ۳ واحد، طول کمان روبه‌روی زاویه $\frac{\pi}{3}$ رادیان، تقریباً $3/14$ واحد است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه «۴»

به بررسی هر عبارت می‌پردازیم:

الف) مجموع زوایای یک مثلث برابر 180° یا π رادیان است.

$$\left(\text{درست است.} \right) \quad \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{12} = \frac{\pi + 4\pi + 7\pi}{12} = \frac{12\pi}{12} = \pi$$

$$\text{ب) } \frac{21\pi}{4} = \frac{16\pi}{4} + \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 4\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$$

زاویه موردنظر در ناحیه سوم قرار دارد. (درست است.)

پ) طول کمان برابر است با: $L = r\alpha$

بنابراین:

$$\left(\text{درست است.} \right) \quad L = 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi \simeq 3/14$$

۵

یک تسمه دو قرقره به شعاع‌های ۱۸cm و ۲/۵cm را به هم وصل می‌کند. وقتی قرقره بزرگ‌تر، $\frac{\pi}{۳}$ رادیان می‌چرخد، قرقره کوچک‌تر چند درجه می‌چرخد؟

۴۲۳° (۲)

۴۲۰° (۱)

۴۴۲° (۴)

۴۳۲° (۳)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۰%

قلم‌چی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$L_1 = L_2 \Rightarrow r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2 \Rightarrow 18 \times \frac{\pi}{3} = 2/5 \theta_2$$

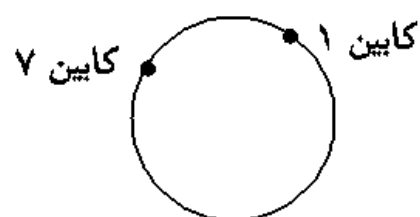
$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{18 \times \frac{\pi}{3}}{2/5}$$

$$\theta_2 = \frac{6\pi}{2/5} = 15\pi \Rightarrow \frac{\theta_2}{180^\circ} = \frac{15\pi}{\pi}$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 432^\circ$$

۶

چرخ و فلکی را با ۴۰ کابین در نظر بگیرید. اگر در شروع حرکت در جهت خلاف عقربه‌های ساعت، شما در کابین ۷ نشسته باشید، بعد از دوران $\frac{23\pi}{4}$ رادیان، شما در موقعیت کدام کابین هستید؟



۳۵ (۴)

۲ (۳)

۱۲ (۲)

۵ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۰%

قلم‌چی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

فاصله زاویه ای دو کابین متوالی $\frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}$

$$\frac{23\pi}{4} = \frac{24\pi - \pi}{4} = 6\pi - \frac{\pi}{4} \equiv -\frac{\pi}{4}$$

کابین دوم $\rightarrow$ پس باید ۵ کابین به عقب برگردیم. $\Rightarrow -\frac{\pi}{4} = -5 \times \frac{\pi}{20}$

۷

متحرکی روی دایره مثلثاتی، از نقطه $A(1, 0)$ به اندازه $\frac{5\pi}{6}$ در جهت مثبت مثلثاتی حرکت کرده و به نقطه A' می‌رسد. متحرکی دیگر نیز روی این دایره، از نقطه $B(0, 1)$ به اندازه $\frac{4\pi}{3}$ در جهت منفی مثلثاتی حرکت کرده و به نقطه B' می‌رسد. طول کمان کوچکتر $A'B'$ کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{3}$

(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

دشوار

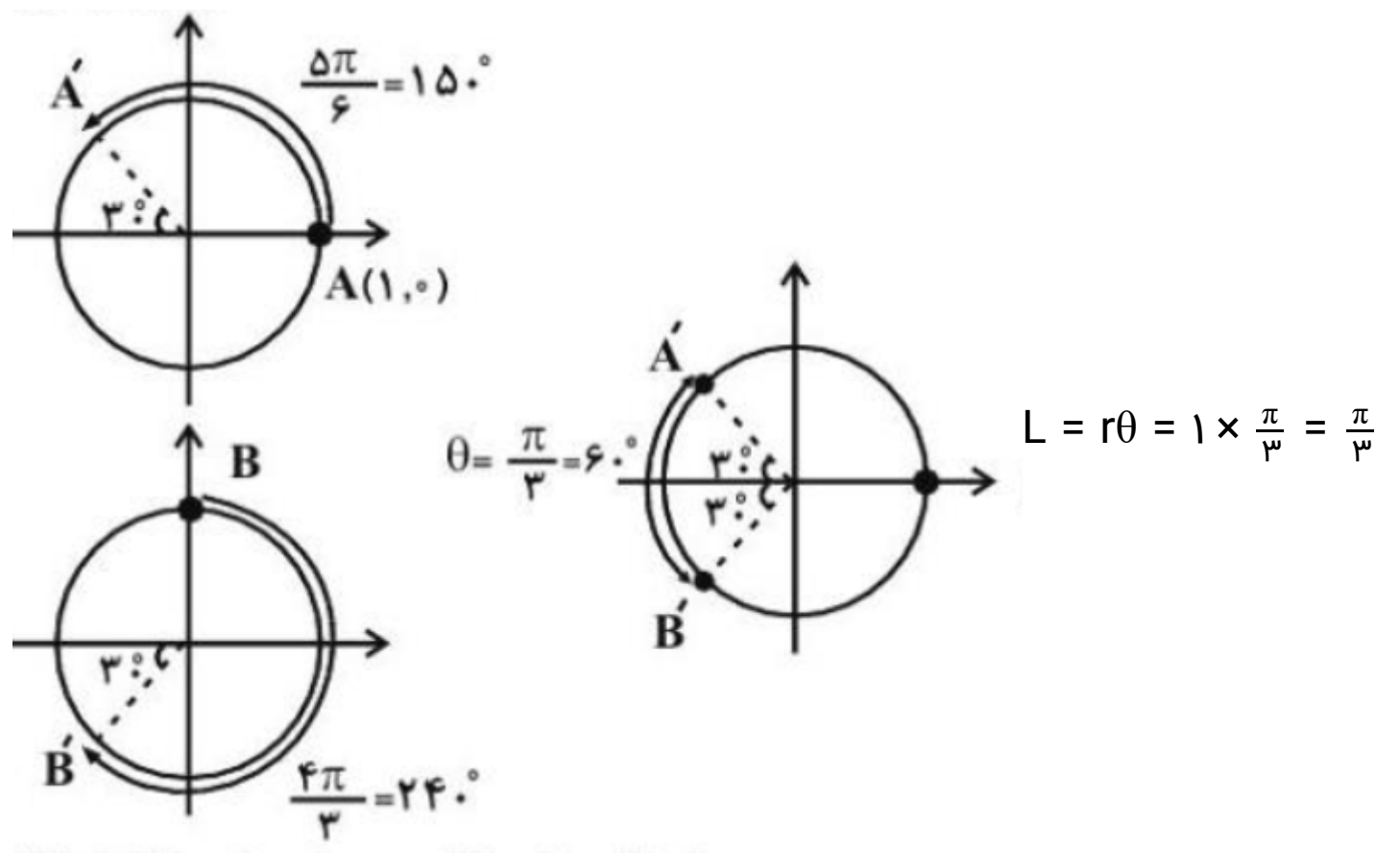
درصد پاسخگویی ۱۴%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۱

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»



۸

پس از گذشت ۶ ساعت و ۲۰ دقیقه، نوک عقربه ساعت شماری به طول a ، مسافت ۳۸π را پیموده است. طول a کدام است؟

۳۸ (۲)

۱۹ (۱)

۱۸ (۴)

۳۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۰٪ متوسط

گزینه «۳»

می‌دانیم زاویه طی شده یک عقربه ساعت شمار به صورت زیر است:

زاویه طی شده (درجه)	دقیقه
$\frac{۳۰^\circ}{۶۰} = \frac{1}{2}^\circ$ زاویه طی شده در ۱ دقیقه $\Rightarrow ۳۰^\circ$	۶۰

حال ۶ ساعت و ۲۰ دقیقه گذشته، یعنی:

$$\text{دقیقه } ۶ \times ۶۰ + ۲۰ = ۳۶۰ + ۲۰ = ۳۸۰$$

$$\Rightarrow \text{زاویه طی شده} = ۳۸۰ \times \frac{1}{2} = ۱۹۰^\circ$$

$$\xrightarrow[\text{رادیان}]{\text{تبدیل به}} \alpha = ۱۹۰^\circ \times \frac{\pi}{۱۸۰^\circ} = \frac{۱۹\pi}{۱۸}$$

از طرفی مسافت طی شده برابر است با:

$$L = r\theta \Rightarrow ۳۸\pi = a \times \frac{۱۹\pi}{۱۸} \Rightarrow a = ۳۶$$

۹

انتهای زاویه‌های ۲ و ۴ رادیان به ترتیب در کدام نواحی قرار دارند؟

۴ (اول- سوم

۳ (سوم- چهارم

۲ (دوم- چهارم

۱ (دوم- سوم

پاسخ: گزینه ۱

قلمچی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۲۲٪ متوسط

گزینه «۱»

می‌دانیم که ۱ رادیان تقریباً معادل ۵۷ درجه است. پس ۲ رادیان تقریباً معادل ۱۱۴ درجه است و در ناحیه دوم قرار دارد.

همچنین ۴ رادیان تقریباً معادل ۲۲۸ درجه است و در ناحیه سوم قرار دارد.

(۱۰)

اندازه زاویه‌ای که عقربه ساعت‌شمار بین دو زمان ۲:۲۵ و ۳:۴۵ طی می‌کند، چند رادیان است؟

(۱) $\frac{4\pi}{9}$

(۲) $\frac{\pi}{5}$

(۳) $\frac{2\pi}{5}$

(۴) $\frac{2\pi}{9}$

پاسخ: گزینه ۴

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخ‌گویی ۳۳%

متوسط

هر ۶۰ × ۱۲ دقیقه، عقربه ساعت‌شمار ۳۶۰ درجه را طی می‌کند، پس در هر دقیقه به اندازه $\frac{360}{12 \times 60}$ درجه که همان ۰/۵ درجه است، دوران می‌کند.

$$\begin{array}{r} 3:45' \\ -2:25' \\ \hline 1:20' \end{array} \Rightarrow 80 \text{ دقیقه}$$

$$\text{درجه } 80 \times 0.5 = 40$$

$$\text{رادیان } \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{40}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{2\pi}{9}$$

(۱۱)

اگر شعاع چرخ جلوی یک تراکتور ۳۰ cm و شعاع چرخ عقب آن ۸۰ cm باشد، هنگامی که چرخ عقب ۶۰ درجه می‌چرخد، چرخ جلو چند رادیان می‌چرخد؟

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{8\pi}{3}$

(۳) $\frac{2\pi}{9}$

(۴) $\frac{8\pi}{9}$

پاسخ: گزینه ۴

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخ‌گویی ۳۵%

متوسط

$$\theta = \frac{L}{r}$$

L: کمان r: شعاع θ : زاویه برحسب رادیان

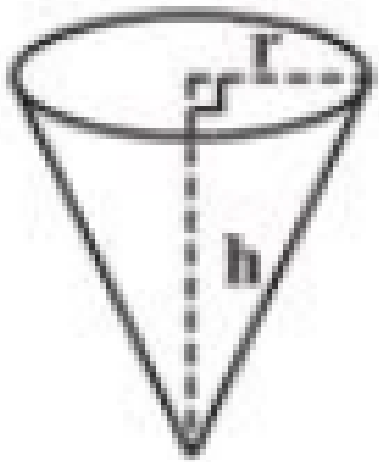
$$\text{رادیان } 60 = \frac{\pi}{3}$$

از آن‌جا که کمان و مسافت طی شده توسط دو چرخ یکسان است، داریم:

$$\text{چرخ عقب: } \frac{\pi}{3} = \frac{L}{80} \Rightarrow L = \frac{80\pi}{3} \text{ cm}$$

$$\text{رادیان } \theta_2 = \frac{\frac{80\pi}{3}}{30} = \frac{80\pi}{90} = \frac{8\pi}{9}$$

در شکل زیر، یک قیف مخروطی نشان داده شده است. اگر شعاع قاعده مخروط $r = 3 \text{ cm}$ و ارتفاع آن $h = 4 \text{ cm}$ باشد، اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟



$$(1) \frac{\pi}{6}$$

$$(3) \frac{4\pi}{3}$$

$$(2) \frac{6\pi}{5}$$

$$(4) \frac{3\pi}{4}$$

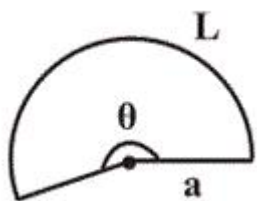
پاسخ: گزینه ۲

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۷%

قلمچی ۱۳۹۹

رابطه بین یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان L روبه‌رو به آن در یک دایره به شعاع a به صورت $\theta = \frac{L}{a}$ می‌باشد. در شکل گسترده مخروط، ابتدا باید مقدار a یعنی شعاع قطاع و سپس طول کمان را به دست آوریم. شعاع قطاع برابر با $a = \sqrt{r^2 + h^2}$ و طول کمان برابر با محیط قاعده مخروط می‌باشد.



$$a^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow a = 5 \text{ cm}$$

$$L = 2\pi r \Rightarrow L = 6\pi \text{ cm}$$

$$\theta = \frac{L}{a} = \frac{6\pi}{5} \text{ رادیان}$$

چندتا از جملات زیر نادرست هستند؟

- الف- زاویه ۷۲ درجه همان متمم زاویه $\frac{\pi}{10}$ برحسب رادیان است.
 ب- در دایره‌ای به شعاع ۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویه $\frac{\pi}{3}$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ واحد است.
 پ- انتهای کمان $\frac{5\pi}{6}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.
 ت- $\frac{\pi}{5}$ و 54° و $\frac{3\pi}{7}$ زوایای یک مثلث هستند.

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۱%

قلم‌چی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

الف- متمم زاویه $\frac{\pi}{10} = 18^\circ$ برابر ۷۲ درجه است.

ب- طول (L) کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی $\alpha = \frac{\pi}{3}$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ $\alpha \times r = \frac{\pi}{3} \times 2 = \frac{2\pi}{3}$ است.

پ- انتهای کمان $\frac{5\pi}{6} = 150^\circ$ در ربع دوم است.

ت- $36^\circ = \frac{\pi}{5}$ و $54^\circ = \frac{\pi}{2}$ تشکیل زوایای یک مثلث می‌دهند نه $\frac{3\pi}{7}$.

(پس یک جمله نادرست وجود دارد.)

اگر $\tan \alpha = 2$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\alpha - \frac{5\pi}{4}) + \cot(\frac{\pi}{4} + \alpha)}{\cos(3\pi - \alpha)}$ کدام است؟ $(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{4})$

۱ + ۲√۵ (۴)

۱ - ۲√۵ (۳)

۱ + √۵ (۲)

۲ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned} ۱) \sin(\alpha - \frac{5\pi}{4}) &= -\sin(\frac{5\pi}{4} - \alpha) = -\sin(2\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha) \\ &= -\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = -\cos \alpha \end{aligned}$$

$$۲) \cot(\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\tan \alpha$$

$$۳) \cos(3\pi - \alpha) = \cos(2\pi + \pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

اگر $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ و $\tan \alpha = 2$ باشد، آنگاه برای $\cos \alpha$ داریم:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} \\ \Rightarrow \frac{\sin(\alpha - \frac{5\pi}{4}) + \cot(\frac{\pi}{4} + \alpha)}{\cos(3\pi - \alpha)} &= \frac{-\cos \alpha - \tan \alpha}{-\cos \alpha} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{5}} - 2}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 1 - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

۱۵

اگر زاویه α در ربع چهارم باشد بطوریکه $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ، آنگاه حاصل عبارت $A = \sin(\frac{9\pi}{4} + \alpha) - \cos(\frac{5\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{5}$
(۳) $-\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{1}{5}$
(۴) $-\frac{7}{5}$

پاسخ: گزینه ۱

گزینه‌ی «۱»

به کمک رابطه زیر داریم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{1}{\frac{25}{16}}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع چهارم}} \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ربع چهارم}} \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}$$

$$A = \sin\left(\frac{9\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$= \frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{7}{5}$$

دشوار

قلمچی ۱۴۰۰

حاصل عبارت $\frac{2 \sin(\frac{51\pi}{10}) + \cos(\frac{18\pi}{5})}{\sin(\frac{11\pi}{10}) + \cos(\frac{7\pi}{5})}$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) ۱

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin(\frac{51\pi}{10}) + \cos(\frac{36\pi}{10})}{\sin(\frac{11\pi}{10}) + \cos(\frac{14\pi}{10})} &= \frac{2 \sin(5\pi + \frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{10})}{\sin(\pi + \frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{10})} \\ &= \frac{2 \sin(4\pi + \pi + \frac{\pi}{10}) + \cos(2\pi + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{10})}{\sin(\pi + \frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{10})} \\ &= \frac{-2 \sin \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10}}{-\sin \frac{\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{10}} = \frac{-\sin \frac{\pi}{10}}{-2 \sin \frac{\pi}{10}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

اگر $\alpha = \tan 18^\circ = \frac{2}{3}$ و $\frac{A \sin 108^\circ + \cos(72^\circ)}{A \sin 918^\circ}$ ، آنگاه A همواره کدام است؟

(۴) $\frac{2\alpha}{2-3\alpha}$ (۳) $\frac{2\alpha}{3-2\alpha}$ (۲) $\frac{3\alpha}{3-2\alpha}$ (۱) $-\frac{3\alpha}{3+2\alpha}$

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «۱»

با استفاده از روابط متعم داريم:

$$\sin(108^\circ) = \sin(90^\circ + 18^\circ) = \cos 18^\circ$$

$$\cos 72^\circ = \cos(90^\circ - 18^\circ) = \sin 18^\circ$$

$$\sin(918^\circ) = \sin(72^\circ + 198^\circ) = \sin(198^\circ)$$

$$= \sin(180^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ$$

$$\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{-A \sin 18^\circ} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\cot 18^\circ - \frac{1}{A} = \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{-3-2\alpha}{3\alpha} \Rightarrow A = \frac{3\alpha}{-3-2\alpha} = -\frac{3\alpha}{3+2\alpha}$$

۱۸

اگر θ زاویه‌ای حاده باشد، عبارت $\cos(\frac{k\pi}{4} - \theta) = \sin(\frac{k\pi}{4} + \theta)$ به ازای کدام مقدار k همواره برقرار است؟

۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۴۰۰

گزینه های دام دار ۲

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

با بررسی گزینه‌ها خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{k=10} \cos\left(\frac{10\pi}{4} - \theta\right) = \sin\left(\frac{10\pi}{4} + \theta\right) \Rightarrow \sin \theta \neq -\sin \theta$$

$$\xrightarrow{k=12} \cos\left(\frac{12\pi}{4} - \theta\right) = \sin\left(\frac{12\pi}{4} + \theta\right) \Rightarrow -\cos \theta \neq \sin \theta$$

$$\xrightarrow{k=14} \cos\left(\frac{14\pi}{4} - \theta\right) = \sin\left(\frac{14\pi}{4} + \theta\right) \Rightarrow -\sin \theta = -\sin \theta$$

$$\xrightarrow{k=18} \cos\left(\frac{18\pi}{4} - \theta\right) = \sin\left(\frac{18\pi}{4} + \theta\right) \Rightarrow \sin \theta \neq -\sin \theta$$

۱۹

اگر $\tan(\frac{\pi}{10}) = \frac{2 \cos(\frac{31\pi}{10}) + \sin(\frac{9\pi}{10})}{\sin(\frac{2\pi}{5}) - \sin(-\frac{39\pi}{10})}$ باشد، مقدار کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{11}{6}$ (۳)

$-\frac{42}{17}$ (۲)

$\frac{42}{17}$ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

ابتدا عبارت را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{2 \cos(\frac{31\pi}{10}) + \sin(\frac{9\pi}{10})}{\sin(\frac{2\pi}{5}) + \sin(\frac{39\pi}{10})} = \frac{2 \cos(3\pi + \frac{\pi}{10}) + \sin(\pi - \frac{\pi}{10})}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}) + \sin(4\pi - \frac{\pi}{10})}$$

$$= \frac{-2 \cos(\frac{\pi}{10}) + \sin(\frac{\pi}{10})}{\cos(\frac{\pi}{10}) - \sin(\frac{\pi}{10})}$$

برای رسیدن به $\tan(\frac{\pi}{10})$ صورت و مخرج کسر را بر $\cos(\frac{\pi}{10})$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{-2 + \tan(\pi/10)}{1 - \tan(\pi/10)} = \frac{-2 + 0/32}{1 - 0/32} = \frac{-1/68}{0/68} = -\frac{42}{17}$$

حاصل عبارت $\tan 48^\circ + 2 \sin(-75^\circ) \cos(33^\circ) + \frac{1}{\sin(-51^\circ)}$ کدام است؟

(۴) $-2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۳) $-2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۱) $-2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

پاسخ: گزینه ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۴%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه «۴»

باید زوایای داده شده را با توجه به بی اثر بودن زوایای مضارب 36° کاهش دهیم:

$$\begin{aligned}\tan(48^\circ) &= \tan(36^\circ + 12^\circ) = \tan 12^\circ \\ &= \tan(18^\circ - 6^\circ) = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(-75^\circ) &= -\sin 75^\circ = -\sin(2 \times 36^\circ + 3^\circ) \\ &= -\sin 3^\circ = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\cos(33^\circ) = \cos(36^\circ - 3^\circ) = \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned}\sin(-51^\circ) &= -\sin 51^\circ = -\sin(36^\circ + 15^\circ) \\ &= -\sin 15^\circ = -\sin(18^\circ - 3^\circ) = -\sin 3^\circ = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$-\sqrt{3} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

حاصل $\frac{\cos \frac{۲\pi}{۵} + \cos \frac{\pi}{۵} + \cos \frac{۳\pi}{۵} + \sin \frac{۲\pi}{۵}}{\sin \frac{۳\pi}{۱۰} + \cos \frac{\pi}{۱۰}}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\cos \beta$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\frac{۲\pi}{۵} + \frac{۳\pi}{۵} = \frac{۵\pi}{۵} = \pi \Rightarrow \cos \frac{۲\pi}{۵} = -\cos \frac{۳\pi}{۵}$$

$$\frac{\pi}{۵} + \frac{۳\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{۵} = \sin \frac{۳\pi}{۱۰}$$

$$\frac{۲\pi}{۵} + \frac{\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \sin \frac{۲\pi}{۵} = \cos \frac{\pi}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \frac{۲\pi}{۵} + \cos \frac{\pi}{۵} + \cos \frac{۳\pi}{۵} + \sin \frac{۲\pi}{۵}}{\sin \frac{۳\pi}{۱۰} + \cos \frac{\pi}{۱۰}}$$

$$= \frac{\sin \frac{۳\pi}{۱۰} + \cos \frac{\pi}{۱۰}}{\sin \frac{۳\pi}{۱۰} + \cos \frac{\pi}{۱۰}} = ۱$$

ساده

درصد پاسخگویی ۳۷%

قلمچی ۱۳۹۹

اگر $\sin 10^\circ = a$ باشد، حاصل $\frac{\sin 170^\circ + \cos 190^\circ}{3 \sin 10^\circ + \cos 80^\circ}$ همواره کدام است؟

(۱) $\frac{a + \sqrt{1-a^2}}{4a}$

(۲) $\frac{a - \sqrt{1-a^2}}{4a}$

(۳) $\frac{\sqrt{1-a^2} - a}{2a}$

(۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

دقت کنید که داریم:

$$\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ = 1 \Rightarrow a^2 + \cos^2 10^\circ = 1$$

$$\Rightarrow \cos 10^\circ = \sqrt{1-a^2}$$

در نتیجه:

$$\sin 170^\circ = \sin(180^\circ - 10^\circ) = \sin 10^\circ = a$$

$$\cos 190^\circ = \cos(180^\circ + 10^\circ) = -\cos 10^\circ = -\sqrt{1-a^2}$$

$$3 \sin 10^\circ = 3a$$

$$\cos 80^\circ = \cos(90^\circ - 10^\circ) = \sin 10^\circ = a$$

بنابراین جواب نهایی برابر است با:

$$\frac{a - \sqrt{1-a^2}}{4a}$$

ساده

درصد پاسخگویی ۵۱%

قلمچی ۱۳۹۹

۲۳

اگر تساوی $\frac{\sin(2\pi+\alpha)+3\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})}{\cos(\pi-\alpha)+2\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)} = 8$ برقرار باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

۳ (۴)

 $-\frac{1}{3}$ (۳)

-۳ (۲)

 $\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ساده

درصد پاسخگویی ۴۳%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه «۱»

$$\frac{\sin(2\pi + \alpha) + 3\sin(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\cos(\pi - \alpha) + 2\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha + 3\sin(-(\frac{\pi}{2} - \alpha))}{-\cos \alpha + 2\sin \alpha} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha - 3\cos \alpha}{-\cos \alpha + 2\sin \alpha} = 8$$

$$\Rightarrow \sin \alpha - 3\cos \alpha = -8\cos \alpha + 16\sin \alpha$$

$$\Rightarrow 15\sin \alpha = 5\cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

۲۴

مجموع کمترین و بیشترین مقدار تابع $y = a\sin(\frac{7\pi}{2} + x) - 2\cos(3\pi - x) + 1$ کدام است؟ ($a \neq 2$)

۲ (۴)

۴ (۳)

 $2a + 2$ (۲) $2a + 4$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه «۴»

$$\sin(\frac{7\pi}{2} + x) = \sin(\frac{3\pi}{2} + x) = -\cos x$$

$$\cos(3\pi - x) = -\cos x$$

$$\Rightarrow y = -a\cos x + 2\cos x + 1 = (2 - a)\cos x + 1$$

برای تعیین کمترین و بیشترین مقدار کافی است یکبار به جای $\cos x$ ۱ و بار دیگر -۱ بگذاریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow y = 3 - a \\ \cos x = -1 \Rightarrow y = a - 1 \end{cases} \Rightarrow 3 - a + a - 1 = 2$$

۲۵

حاصل عبارت داده شده کدام است؟

$$A = \frac{\sin(120^\circ) - \cos(150^\circ) + \tan(-60^\circ)}{\tan(-135^\circ) + \sin(210^\circ) + \cos(540^\circ)}$$

۱ (۴

-۱ (۳

صفر (۲

 $\frac{1}{2}$ (۱

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه ۲

پاسخ:

گزینه «۲»

$$A = \frac{\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan(-72^\circ + 120^\circ)}{\tan(-135^\circ) + \sin 210^\circ + \cos(360^\circ + 180^\circ)}$$

$$A = \frac{\sin 60^\circ - (-\cos 30^\circ) + (-\tan 60^\circ)}{\tan 45^\circ + (-\sin 30^\circ) + \cos 180^\circ}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}}{1 - \frac{1}{2} - 1} = \frac{0}{-\frac{1}{2}} = 0$$

۲۶

اگر $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\sin(2\alpha - \pi) + 4 \cos(\frac{\pi}{2} + 2\alpha)}{2 \cos(2\pi - 4\beta) - \sin(\frac{3\pi}{2} + 4\beta)}$ کدام است؟

-۱ (۴

 $-\frac{5}{4}$ (۳

۱ (۲

 $\frac{5}{3}$ (۱

دشوار

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه ۳

پاسخ:

گزینه «۳»

$$\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\times 2} 2\alpha + 4\beta = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\text{دو زاویه ی متمم}}$$

$$\sin 2\alpha = \cos 4\beta$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin(2\alpha - \pi) = -\sin 2\alpha \\ \cos(\frac{\pi}{2} + 2\alpha) = -\sin 2\alpha \\ \cos(2\pi - 4\beta) = \cos 4\beta \\ \sin(\frac{3\pi}{2} + 4\beta) = -\cos 4\beta \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{عبارت} = \frac{-\sin 2\alpha - 4 \sin 2\alpha}{2 \cos 4\beta + \cos 4\beta} = \frac{-5 \sin 2\alpha}{3 \cos 4\beta} = \frac{-5}{3}$$

حاصل $\sin^2 \frac{\pi}{15} + \sin^2 \frac{2\pi}{15} + \sin^2 \frac{4\pi}{15} + \sin^2 \frac{13\pi}{30} + \sin^2 \frac{11\pi}{30} + \sin^2 \frac{7\pi}{30}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

ساده

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌ی «۴»

$$\frac{\pi}{15} + \frac{13\pi}{30} = \frac{2\pi}{30} + \frac{13\pi}{30} = \frac{15\pi}{30} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{13\pi}{30} = \cos \frac{\pi}{15}$$

$$\frac{2\pi}{15} + \frac{11\pi}{30} = \frac{4\pi}{30} + \frac{11\pi}{30} = \frac{15\pi}{30} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{11\pi}{30} = \cos \frac{2\pi}{15}$$

$$\frac{4\pi}{15} + \frac{7\pi}{30} = \frac{8\pi}{30} + \frac{7\pi}{30} = \frac{15\pi}{30} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{7\pi}{30} = \cos \frac{4\pi}{15}$$

$$\underbrace{\sin^2 \frac{\pi}{15} + \cos^2 \frac{\pi}{15}}_1 + \underbrace{\sin^2 \frac{2\pi}{15} + \cos^2 \frac{2\pi}{15}}_1 + \underbrace{\sin^2 \frac{4\pi}{15} + \cos^2 \frac{4\pi}{15}}_1$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

کدام نامساوی زیر درست است؟

$$\sin 40^\circ > \sin 50^\circ \quad (۱)$$

$$\sin 210^\circ < \sin 240^\circ \quad (۳)$$

$$\sin 120^\circ > \sin 150^\circ \quad (۲)$$

$$\sin 270^\circ > \sin 90^\circ \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

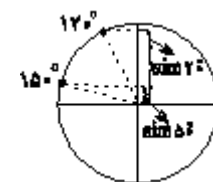
در یک دایره مثلثاتی، تصویر نقطه انتهایی یک کمان بر روی محور y ها، مقدار سینوس آن کمان را نشان می‌دهد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱» نادرست است:



$$\sin 50^\circ > \sin 40^\circ$$

گزینه «۲» درست است.



$$\sin 120^\circ > \sin 150^\circ$$

گزینه «۳» نادرست است.



$$\sin 210^\circ > \sin 240^\circ$$

گزینه «۴» نادرست است، زیرا:

$$\sin 270^\circ < \sin 90^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 90^\circ = 1 \\ \sin 270^\circ = -1 \end{cases}$$

اگر $x \in [\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}]$ باشد، حاصل عبارت $\frac{|\sin x - \cos x|}{2} + \frac{|\sin x + \cos x|}{2}$ کدام است؟

(۴) $-\sin x$

(۳) $-2 \sin x$

(۲) $2 \cos x$

(۱) $\cos x$

پاسخ: گزینه ۴

متوسط

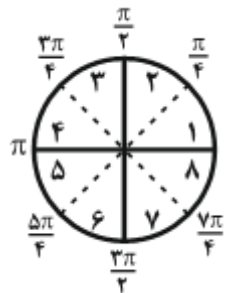
درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۱

گزینه «۴»

اگر دایره مثلثاتی را به ۸ قسمت تقسیم کنیم، انتهای کمان x در ناحیه هفتم قرار می‌گیرد.



$$\text{در ناحیه هفتم} \begin{cases} \sin x < 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}, |\sin x| > |\cos x| \Rightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x < 0 \\ \sin x + \cos x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\sin x - \cos x| = -\sin x + \cos x \\ |\sin x + \cos x| = -\sin x - \cos x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\sin x + \cos x}{2} + \frac{-\sin x - \cos x}{2} = -\sin x$$

اگر $\frac{1}{3} = \cos(x + \pi) + \sin(\frac{3\pi}{4} - x)$ ، آنگاه حاصل $\sin^4 x - \cos^4 x$ کدام است؟

(۴) $-\frac{35}{36}$

(۳) $\frac{35}{36}$

(۲) $-\frac{17}{18}$

(۱) $\frac{17}{18}$

پاسخ: گزینه ۱

ساده

درصد پاسخگویی ۳۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه «۱»

می‌دانیم $\cos(\pi + x) = -\cos x$ و $\sin(\frac{3\pi}{4} - x) = -\cos x$ ، بنابراین:

$$\cos(x + \pi) + \sin(\frac{3\pi}{4} - x) = \frac{1}{3} \Rightarrow -2 \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{6}$$

عبارت خواسته شده برابر است با:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \underbrace{(\sin^2 x - \cos^2 x)}_{-\cos 2x} \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1$$

$$= -\cos 2x = -2\cos^2 x + 1 = -2\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 1 = -\frac{1}{18} + 1 = \frac{17}{18}$$

(۳۱)

اگر $\tan 10^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cot 82^\circ + 2 \sin 51^\circ}{\tan 76^\circ + \cot 35^\circ}$ کدام است؟

(۴) $a - 1$ (۳) $-a$ (۲) $-a + 1$ (۱) $\frac{a}{a-1}$

پاسخ: گزینه ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۹%

ساده

$$\cot 82^\circ = \cot(72^\circ + 10^\circ) = \cot 10^\circ = \cot(90^\circ - 10^\circ) = -\tan 10^\circ$$

$$\sin 51^\circ = \sin(36^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ = \sin(18^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\tan 76^\circ = \tan(72^\circ + 4^\circ) = \tan 4^\circ = 1$$

$$\cot 35^\circ = \cot(36^\circ - 1^\circ) = -\cot 1^\circ$$

$$A = \frac{-\tan 10^\circ + 2 \times \frac{1}{4}}{1 - \cot 10^\circ} = \frac{-a + 1}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{-(a-1)}{\frac{a-1}{a}} = -a$$

(۳۲)

حاصل عبارت $\frac{\sin(-18^\circ) + \cos 108^\circ}{1 + \sin 73^\circ + \cos 72^\circ}$ با فرض $\sin 18^\circ = \frac{1}{3}$ کدام است؟

(۴) $\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $-\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۹%

متوسط

$$\sin(-18^\circ) = -\sin 18^\circ = -\frac{1}{3}$$

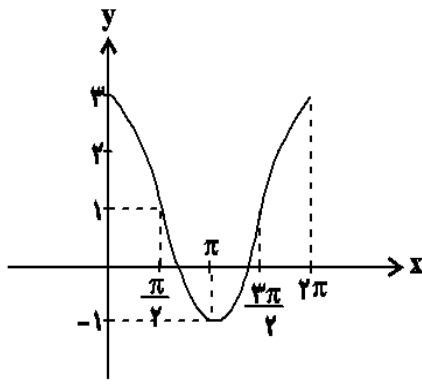
$$\cos 108^\circ = \cos(90^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ = -\frac{1}{3}$$

$$\sin 73^\circ = \sin(72^\circ + 1^\circ) = \sin(2 \times 36^\circ + 1^\circ) = \sin 1^\circ = \frac{1}{3}$$

$$\cos 72^\circ = \cos(90^\circ - 18^\circ) = \sin 18^\circ = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\sin(-18^\circ) + \cos 108^\circ}{1 + \sin 73^\circ + \cos 72^\circ} = \frac{-\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = -\frac{2}{5}$$

نمودار تابع کدام گزینه بر نمودار رسم شده در شکل زیر منطبق نیست؟



$$(1) \quad y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

$$(2) \quad y = 1 - 2 \cos(x + \pi)$$

$$(3) \quad y = 1 + 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$$(4) \quad y = 1 + 2 \cos(2\pi - x)$$

دشوار

قلمچی ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»

اگر مقادیر نمودار تابع $\cos x$ را در ۲ ضرب کرده و یک واحد به آن اضافه کنیم، نمودار شکل داده شده به دست می‌آید. بنابراین در هر گزینه تابع را ساده می‌کنیم، اگر به صورت $y = 2 \cos x + 1$ باشد، نمودار آن منطبق بر نمودار داده شده است.

گزینه «۱»:

$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2 \cos x + 1 \quad \checkmark$$

گزینه «۲»:

$$y = 1 - 2 \cos(x + \pi) = 1 - 2(-\cos x) = 1 + 2 \cos x \quad \checkmark$$

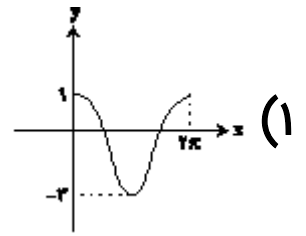
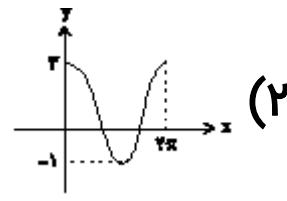
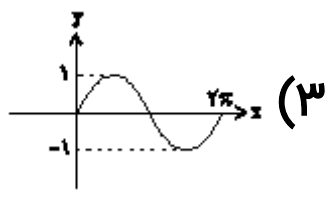
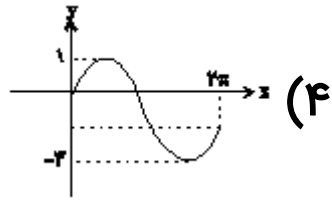
گزینه «۳»:

$$y = 1 + 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 1 + 2(-\cos x) = 1 - 2 \cos x \quad \boxtimes$$

گزینه «۴»:

$$y = 1 + 2 \cos(2\pi - x) = 1 + 2 \cos x \quad \checkmark$$

شکل نمودار تابع $y = 2 \cos x - 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟



پاسخ: گزینه ۱

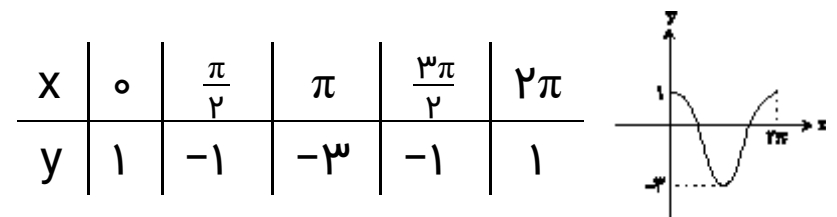
قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۵۵%

ساده

گزینه ی «۱»

به کمک جدول زیر نقاط را روی محور مشخص کرده و سپس نمودار را رسم می‌کنیم:



نمودار تابع $y = 1 + \cos x$ در بازه $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ در چند نقطه دارای ماکزیمم است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

قلمچی ۱۳۹۹

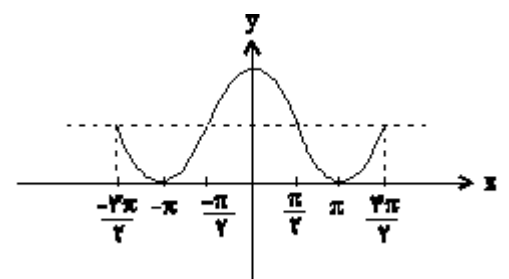
درصد پاسخگویی ۴۱%

ساده

گزینه «۳»

تابع $y = 1 + \cos(x)$ را در بازه $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ رسم می‌کنیم:

پس تابع در بازه داده شده دارای یک نقطه max است.



نمودار کدام تابع زیر، دقیقاً بر نمودار تابع $y = \sin(x - \frac{3\pi}{2})$ منطبق است؟

(۱) $y = \sin(\frac{7\pi}{2} - x)$ (۲) $y = \sin(\frac{5\pi}{2} + x)$ (۳) $y = \cos(\pi - x)$ (۴) $y = \cos(3\pi + x)$

پاسخ: گزینه ۲

قلم‌چی ۱۳۹۹ درصد پاسخگویی ۳۷٪ ساده

گزینه‌ی «۲»

برای آنکه نمودار دو تابع دقیقاً برهم منطبق باشند، باید دامنه آن‌ها با هم برابر بوده و همچنین ضابطه آن‌ها نیز در هر طول مشترک برابر باشد. ابتدا ضابطه تابع داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y = \sin(x - \frac{3\pi}{2}) = \sin(-(\frac{3\pi}{2} - x)) = -\sin(\frac{3\pi}{2} - x) \\ = \cos x$$

پس باید دنبال گزینه‌ای که ضابطه آن به صورت $y = \cos x$ است، باشیم:

گزینه «۱»: $y = \sin(\frac{7\pi}{2} - x) = \sin(4\pi - \frac{\pi}{2} - x) \\ = \sin(-(\frac{\pi}{2} + x)) = -\cos x$

گزینه «۲»: $y = \sin(\frac{5\pi}{2} + x) = \sin(2\pi + \frac{\pi}{2} + x) \\ = \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$

گزینه «۳»: $y = \cos(\pi - x) = -\cos x$

گزینه «۴»: $y = \cos(3\pi + x) = \cos(2\pi + \pi + x) = -\cos x$

معادله درجه دومی که ریشه‌هایش برابر با بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 1$ باشد، کدام است؟

(۱) $-x^2 + 2x - 3 = 0$ (۲) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (۳) $x^2 + 2x - 3 = 0$ (۴) $2x^2 + 2x - 3 = 0$

پاسخ: گزینه ۳

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلم‌چی ۱۳۹۹

ساده

گزینه (۳)

ابتدا بیشترین و کمترین مقدار تابع داده شده را به دست می‌آوریم:

$$y = -2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 1 = -2 \cos(x - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{بیشترین مقدار} : |-2| - 1 = 1 \\ \text{کمترین مقدار} : -|-2| - 1 = -3 \end{cases}$$

حال معادله درجه دومی را که ریشه‌هایش ۱ و -۳ است، به دست می‌آوریم:

$$S = 1 + (-3) = -2$$

$$P = (1) \times (-3) = -3$$

$$\Rightarrow x^2 - (-2)x + (-3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

تابع $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) - 1$ در بازه $(\frac{\pi}{6}, a)$ یک‌به‌یک است، بیشترین مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

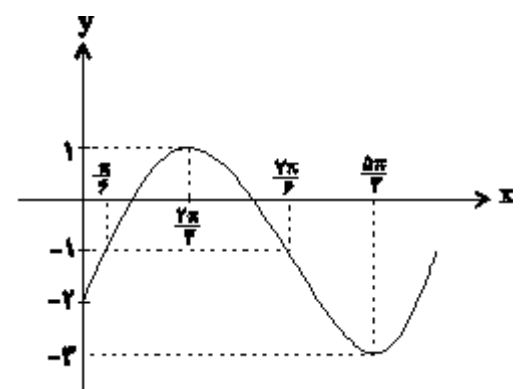
درصد پاسخگویی ۳۱%

قلم‌چی ۱۳۹۹

متوسط

گزینه‌ی «۳»

با رسم تابع $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) - 1$ داریم:



با توجه به نمودار، تابع در بازه $(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3})$ یک‌به‌یک است، بنابراین $a = \frac{2\pi}{3}$ است.

اگر x اندازه یک کمان دلخواه از دایره مثلثاتی باشد، آنگاه کمترین مقدار عبارت $2\sin^2 x + 3$ و بیشترین مقدار عبارت $-1 - 3\sin x$ با هم چقدر اختلاف دارند؟

۷ (4)

۵ (3)

۲ (2)

۱ (1)

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲%

قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۱

گزینه «1»

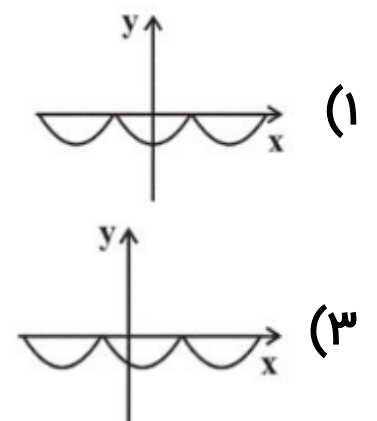
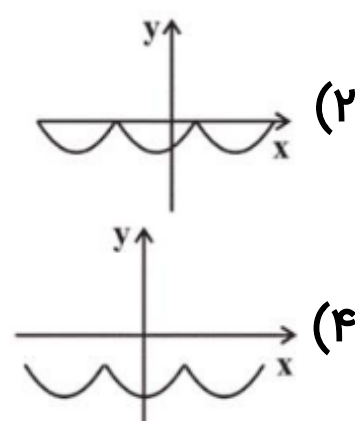
$$-1 \leq \sin x \leq 1 \text{ و } -1 \leq \cos x \leq 1$$

می‌دانیم:

در عبارت $2\sin^2 x + 3$ ، کمترین مقدار برابر با $2(0)^2 + 3 = 3$ است و همچنین بیشترین مقدار $-1 - 3\sin x$ هنگامی است که $\sin x = -1$ باشد؛ پس $3 - 1 = 2$ و اختلاف برابر با $|3 - 2| = 1$ است.

۴۰

نمودار $y = -|\cos(x + \frac{\pi}{3})|$ شبیه کدام گزینه است؟



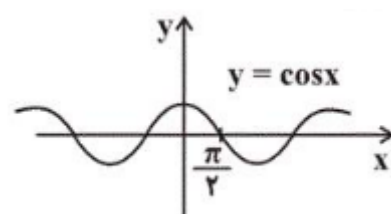
متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱%

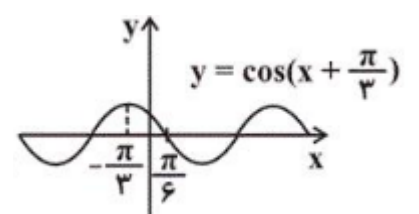
قلمچی ۱۳۹۹

پاسخ: گزینه ۲

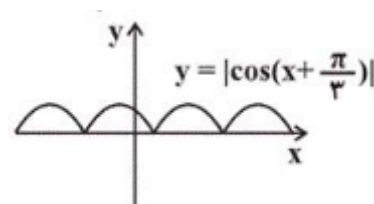
از انتقال نمودار تابع $y = \cos x$ استفاده می‌کنیم:



$\frac{\pi}{3}$ واحد
به سمت چپ



حال قسمت زیر محور x ها را نسبت به این محور قرینه می‌کنیم:



قرینه نسبت
به محور x ها

